

1.-El número de días de permanencia de los enfermos en un hospital sigue una ley Normal de media μ días y desviación típica 3 días.

a) Determinar un intervalo de confianza para estimar μ a un nivel del 97%, con una muestra aleatoria de 100 enfermos cuya media es 8'1 días.

b) ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria para poder estimar μ con un error máximo de 1 día y un nivel de confianza del 92%?

Solución: (7'449, 8'751), 28 pacientes.

RESOLUCIÓN

a) El intervalo de confianza para la media con la desviación típica conocida es

$$\left(\bar{X}_n - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2}, \bar{X}_n + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2} \right). \text{ Conocemos } \bar{X}_n = 8,1 ; \sigma = 3; n = 100 \text{ y } 1-\alpha = 0,97 ;$$

Falta averiguar $z_{\alpha/2}$, que es tal que en la distribución N (0,1) $P(Z < z_{\alpha/2}) = 1-\alpha/2$

En nuestro caso $\alpha = 0,03$; $\alpha/2 = 0,015$; $1-\alpha/2 = 0,985$. Por tanto hay que averiguar que valor de $z_{\alpha/2}$ es tal que $P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,985$, resultando que $z_{\alpha/2} = 2,17$.

$$\text{El intervalo pedido es entonces } \left(8,1 - \frac{3}{\sqrt{100}} \cdot 2,17, 8,1 + \frac{3}{\sqrt{100}} \cdot 2,17 \right) = (7'449, 8'751)$$

b) El error máximo cometido al dar el intervalo de confianza es el valor del radio de dicho intervalo, es decir $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2} = 1$

Falta averiguar $z_{\alpha/2}$, que es tal que en la distribución N (0,1) $P(Z < z_{\alpha/2}) = 1-\alpha/2$

En nuestro caso, puesto que $1-\alpha = 0'92$, $\alpha = 0'08$; $\alpha/2 = 0'04$; $1-\alpha/2 = 0'96$. Por tanto hay que averiguar que valor de $z_{\alpha/2}$ es tal que $P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,96$, resultando que $z_{\alpha/2} = 1,75$; de donde resulta que $\sqrt{n} = 3 \cdot 1'75 = 5'25$, de donde $n = 27'56$ que como ha de ser un número entero lo aproximamos a 28.

2.-El tiempo diario que los jóvenes pasan ante el televisor sigue una distribución normal con desviación típica 20 minutos. Una muestra aleatoria de 100 chicos ha dado un tiempo medio de 170 minutos.

a) obtener el intervalo de confianza del 90% para el tiempo medio que los jóvenes pasan ante el televisor.

b) ¿qué tamaño mínimo debe tener la muestra si deseamos que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 99% no exceda los 0'5 minutos?

Solución: (166,71; 173,29), 10609 jóvenes.

RESOLUCIÓN:

a) X = tiempo diario que los jóvenes pasan ante el televisor es una N(μ , 20). Para una muestra de tamaño $n = 100$, se ha obtenido $\bar{X}_n = 170$.

El intervalo de confianza para la media con la desviación típica conocida es

$$\left(\bar{X}_n - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2}, \bar{X}_n + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2} \right). \text{ Conocemos } \bar{X}_n = 170 ; \sigma = 20; n = 100 \text{ y } 1-\alpha = 0,9 ;$$

Falta averiguar $z_{\alpha/2}$, que es tal que en la distribución N (0,1) $P(Z < z_{\alpha/2}) = 1-\alpha/2$

En nuestro caso $\alpha = 0,1$; $\alpha/2 = 0,05$; $1-\alpha/2 = 0,95$. Por tanto hay que averiguar que valor de $z_{\alpha/2}$ es tal que $P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,96$, resultando que $z_{\alpha/2} = 1,645$.

El intervalo pedido es entonces

$$\left(170 - \frac{20}{\sqrt{100}} \cdot 1,645, 170 + \frac{20}{\sqrt{100}} \cdot 1,645 \right) = (166,71, 173,29)$$

b) El error máximo cometido al dar el intervalo de confianza es el valor del radio de dicho intervalo, es decir $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2} < 0,5$

Falta averiguar $z_{\alpha/2}$, que es tal que en la distribución $N(0,1)$ $P(Z < z_{\alpha/2}) = 1-\alpha/2$

En nuestro caso, puesto que $1-\alpha = 0,99$, $\alpha = 0,01$; $\alpha/2 = 0,005$; $1-\alpha/2 = 0,995$. Por tanto hay que averiguar que valor de $z_{\alpha/2}$ es tal que $P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,995$, resultando que $z_{\alpha/2} = 2,575$; de donde resulta que $\sqrt{n} > 20 \cdot 2,575 \cdot 2 = 103$, de donde $n = 10609$

3.-Para efectuar un control de calidad sobre la duración en horas de un modelo de juguetes electrónicos se elige una muestra aleatoria de 36 juguetes de ese modelo obteniéndose una duración media de 97 horas. Sabiendo que la duración de los juguetes electrónicos de ese modelo se distribuye normalmente con una desviación típica de 10 horas,

a) encontrar el intervalo de confianza al 99,2% para la duración media de los juguetes electrónicos de ese modelo.

b) Interpretar el significado del intervalo obtenido

Solución: (92,58; 101,42), quiere decir que tenemos una confianza del 99,2% de que la duración media de los juguetes de ese modelo esté entre 92,58 horas y 101,42 horas.

RESOLUCIÓN

a) $X =$ duración de los juguetes es una $N(\mu, 10)$. Para una muestra de tamaño $n = 36$, se ha obtenido $\bar{X}_n = 97$.

El intervalo de confianza para la media con la desviación típica conocida es

$$\left(\bar{X}_n - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2}, \bar{X}_n + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2} \right). \text{ Conocemos } \bar{X}_n = 97 ; \sigma = 10; n = 36 \text{ y } 1-\alpha = 0,992 ;$$

Falta averiguar $z_{\alpha/2}$, que es tal que en la distribución $N(0,1)$ $P(Z < z_{\alpha/2}) = 1-\alpha/2$

En nuestro caso $\alpha = 0,008$; $\alpha/2 = 0,004$; $1-\alpha/2 = 0,996$. Por tanto hay que averiguar que valor de $z_{\alpha/2}$ es tal que $P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,996$, resultando que $z_{\alpha/2} = 2,65$.

El intervalo pedido es entonces

$$\left(97 - \frac{10}{\sqrt{36}} \cdot 2,65, 97 + \frac{10}{\sqrt{36}} \cdot 2,65 \right) = (92,58, 101,42)$$

b) Cuando afirmamos que la media de la población está en ese intervalo, la probabilidad de que así sea es 0,992, es decir una probabilidad muy alta, quedándonos un margen de error en la afirmación con una probabilidad 0,008.

4.-El coeficiente intelectual de los individuos presentes en una sala puede suponerse que sigue una distribución normal de media μ y varianza igual a 81

a)¿cuánto vale μ si sabemos que solo un 10% de las personas en la sala sobrepasa un coeficiente intelectual de 105?

En los dos siguientes apartados supondremos que $\mu = 95$:

b)elegida una persona al azar de la sala, ¿cuál es la probabilidad de que su coeficiente intelectual esté entre 86 y 107?

c)elegimos 9 personas al azar de la sala y calculamos la media de sus coeficientes intelectuales, ¿cuál es la probabilidad de que esa media esté entre 86 y 107?

Solución: 93'48, 0'7495, 0'9987

RESOLUCIÓN:

a) $X =$ Coeficiente intelectual de los individuos de una sala. Se trata de una $N(\mu, 9)$ porque la varianza $\sigma^2 = 81$, con lo que la desviación típica es 9.

Sabemos que $P(X > 105) = 0'1$; es decir que $P(Z > \frac{105 - \mu}{9}) = 0'1$; es decir que

$P(Z < \frac{105 - \mu}{9}) = 0'9$; de donde resulta, yendo a la tabla de la normal (0,1) que

$\frac{105 - \mu}{9} = 1,28$; de donde $\mu = 105 - 11'52 = 93'48$

b) Estamos en este caso ante una $N(95, 9)$

$P(86 < X < 107) = P(-1 < Z < 1'33) = P(Z < 1'33) - 1 + P(Z < 1) = 0'9082 - 1 + 0'8413 = 0'7495$

c) Ahora trabajamos sobre la variable $Y =$ Media muestral de las 9 personas, por tanto, según el teorema central del límite $Y \in N(95, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, es decir una $N(95, 3)$

Nos piden $P(86 < Y < 107) = P(-3 < Z < 4) = P(Z < 4) - 1 + P(Z < 3) = 1 - 1 + 0'9987 = 0'9987$

5.-En una determinada población se sabe que el valor de la tasa diaria de consumo de calorías sigue una distribución normal con desviación típica $\sigma = 400$ calorías

a)si la media poblacional es $\mu = 1600$ calorías y se elige al azar una muestra aleatoria de 100 personas de esa población, determinar la probabilidad de que el consumo medio diario de calorías en esa muestra esté comprendido entre 1550 y **1660 calorías.**

b)si desconocemos la media μ y con el mismo tamaño de muestra se afirma que "El consumo medio diario en esa población toma valores entre 1530 y 1670 calorías, ¿con que nivel de confianza se realiza esa afirmación?"

Solución : 0'8276, 92%

RESOLUCIÓN:

a) $X =$ tasa diaria de consumo que es una $N(1600, 400)$. Si elegimos una muestra de 100 personas $Y =$ consumo medio diarios que es una $N(1600, 40)$. Recordemos que la media muestral tiene por desviación típica $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, en nuestro caso $\frac{400}{\sqrt{100}} = 40$.

Me piden $P(1550 < Y < 1660) = P(-1'25 < Z < 1'5) = P(Z < 1'5) - 1 + P(Z < -1'25) = 0'9332 - 1 + 0'8944 = 0'8276$

b) Nos dan un intervalo de confianza para la media del consumo diario es decir para X , cuyos extremos son : 1530 y 1670. Por tanto $\frac{\sigma}{\sqrt{100}} z_{\alpha/2}$ es el radio de dicho intervalo, es decir $(1670-1530)/2 = 70$, y falta averiguar $z_{\alpha/2}$, que es tal que en la distribución $N(0,1)$ $P(Z < z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

En nuestro caso α es lo que pretendemos averiguar de: $\frac{\sigma}{\sqrt{100}} z_{\alpha/2} = 70$, es decir

$\frac{400}{10} z_{\alpha/2} = 70$, $z_{\alpha/2} = 1'75$; de donde $\alpha/2 = 0'9599$; $\alpha = 1'9198$ y $1 - \alpha = 0'0802$, por tanto el nivel de confianza es del 91,98%, aproximando a 92%

6.-Se supone que el peso de los limones de una determinada variedad sigue una distribución normal de media 250 g y desviación típica 24 g. Se toma una muestra al azar de 64 de estos limones y se calcula su media. ¿Cuál es la probabilidad de que esta media sea menor que 244 g?

Solución: 0'0228

RESOLUCIÓN:

$X =$ peso de los limones $N(250, 24)$.

$Y =$ peso medio en una muestra de 64 limones que es $N(250, 24/8)$, es decir $N(250,3)$

Me piden $P(Y < 244) = P(Z < -2) = 1 - P(Z < 2) = 1 - 0'9772 = 0'0228$

7.-Una encuesta, realizada sobre una muestra de los jóvenes de una ciudad para determinar el gasto mensual medio, expresado en euros, en teléfono móvil, concluyó con el intervalo de confianza al 95% (10,794; 13,206)

a) **¿cuál es el gasto mensual medio muestral?**

b) **¿cuál es correspondiente intervalo de confianza al 99%?**

c) **Si, aproximando con cuatro cifras decimales, la desviación típica del gasto mensual es 7'9989, ¿cuál es el tamaño de la muestra encuestada?**

Solución: 12 €, (10,416; 13,584), 169 jóvenes

Nota: para resolver el segundo apartado hay que usar el radio del intervalo que figura como dato para, ayudados del nivel de confianza, obtener $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ y así utilizarlo en el nuevo intervalo pedido. Ya en el tercer apartado tienen que aportar la desviación típica para poder obtener el tamaño de la muestra.

RESOLUCIÓN:

a) Si el intervalo de confianza para la media poblacional es (10'794 , 13'206) el valor de la media muestral siempre es el punto medio de dicho intervalo, en este caso $(10'794 + 13'206) / 2 = 12$

b) El intervalo de confianza para la media con la desviación típica conocida es

$$\left(\bar{X}_n - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2}, \bar{X}_n + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2} \right). \text{ Conocemos } \bar{X}_n = 12$$

Del apartado anterior a) sabemos que $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2}$ es el radio del intervalo dado, es decir 1'206, y como era una estimación con un nivel de significación del 95% $1-\alpha = 0'95$, $\alpha = 0'05$ $\alpha/2 = 0'025$; $1-\alpha/2 = 0'975$ $P(Z < z_{\alpha/2}) = 0'975$, de donde $z_{\alpha/2} = 1'96$. Por tanto $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} 1'96 = 1'206$ entonces $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0'615$ que es un valor que no varía del caso a) al caso b)

Calculamos ahora $z_{\alpha/2}$ para el 99%, es decir $1-\alpha = 0'99$, $\alpha = 0'01$ $\alpha/2 = 0'005$; $1-\alpha/2 = 0'995$ $P(Z < z_{\alpha/2}) = 0'995$, de donde $z_{\alpha/2} = 2'575$

El intervalo pedido es $(12 - 0'615 \cdot 2'576, 12 + 0'615 \cdot 2'576) = (10'415, 13,584)$

c) Dado que $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0'615$, entonces $n = (7'9989/0'615)^2 = 169$

8.-En un IES hay 650 estudiantes. Su altura, medida en metros, sigue una variable normal de media 1'65 y desviación típica 0'1.

- ¿cuántos estudiantes se espera que midan más de 1'75 m?*
- Si el 97'72 % de los estudiantes no sobrepasan determinada altura, ¿cuál es esa altura?*
- Si se han de elegir los 200 estudiantes cuya altura esté más próxima a la media (por exceso o por defecto), ¿cuál es el intervalo de alturas que se debe fijar?*

Solución: 103, 1'87 m, (1'61, 1'69)

RESOLUCION

a) $X =$ altura de los estudiantes. X es $N(1'65, 0'1)$
Nos piden 650. $P(X > 1'75) = 650 \cdot P(Z > 1) = 650 [1 - 0'8413] = 103'1$; 103 aproximadamente.

b) Ahora sabemos que $P(X < h) = 0'9772$, siendo h esa cierta altura que no sobrepasan.

$$P\left(Z < \frac{h - 1'65}{0'1}\right) = 0'9772 ; \text{ de donde } \frac{h - 1'65}{0'1} = 2, \text{ por tanto } h = 1'85$$

c) Ahora $P(1'65 - a < X < 1'65 + a) = 200/650$; Como hay simetría respecto a la media, podemos reducirlo a:

$$P(1'65 < X < h) = 100/650, \text{ siendo } h = 1'65 + a$$

$$P\left(Z < \frac{h - 1'65}{0'1}\right) - P(Z < 1'65) = 0'154 ; P\left(Z < \frac{h - 1'65}{0'1}\right) = 0'654; \frac{h - 1'65}{0'1} = 0'495, h =$$

1'6995. el radio del intervalo será 0'0495

Por tanto el intervalo pedido es $(1'6005, 1'6995)$

9.-Para estimar el gasto medio por comensal en un restaurante, se toma una muestra de 81 personas resultando que el gasto medio muestral es de 27'50 €. Si la desviación típica es de 5'30 €, con una confianza del 98%:

- a) construir un intervalo de confianza para la media poblacional de dicho gasto.**
b) hallar el tamaño de la muestra para que la estimación de dicho gasto se haga con un error menor de 1 euro.

Solución: (26'13, 28'87), como mínimo 153 comensales

RESOLUCION:

a) El intervalo de confianza para la media con la desviación típica conocida es

$$\left(\bar{X}_n - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2}, \bar{X}_n + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2} \right). \text{ Conocemos } \bar{X}_n = 27,5 ; \sigma = 5'3; n = 81 \text{ y } 1-\alpha = 0,98$$

; Falta averiguar $z_{\alpha/2}$, que es tal que en la distribución $N(0,1)$ $P(Z < z_{\alpha/2}) = 1-\alpha/2$

En nuestro caso $\alpha = 0'02$; $\alpha/2 = 0'01$; $1-\alpha/2 = 0,99$. Por tanto hay que averiguar que valor de $z_{\alpha/2}$ es tal que $P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,99$, resultando que $z_{\alpha/2} = 2'33$.

El intervalo pedido es entonces

$$\left(27'5 - \frac{5'3}{\sqrt{81}} \cdot 2'33, 27'5 + \frac{5'3}{\sqrt{81}} \cdot 2'33 \right) = (26'13, 28'87)$$

b) $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2} < 1 \quad \frac{5'3}{\sqrt{n}} 2'33 < 1 \quad n > 152,49$, es decir a partir de 153 comensales

10.-El sueldo de los trabajadores de una multinacional sigue una distribución normal con media $\mu = 2500$ € y desviación típica $\sigma = 600$ €. Si se toma una muestra de 64 trabajadores:

- a) ¿de que tipo es la distribución de las medias de las muestras que puedan extraerse?**
b) ¿cuál es la probabilidad de que la media de la muestra sea menor que 2350 €?
c) calcular el intervalo característico de las medias muestrales correspondientes a una probabilidad del 90% ¿

Solución: $N(2500, 75)$, $0'0228$, $(2376'625, 2623'375)$

RESOLUCIÓN:

a) Por el teorema central del límite si X es $N(2500, 600)$ la media muestral para una muestra de 64 trabajadores es una variable aleatoria Y , $N(2500, 600/\sqrt{64}) = N(2500, 75)$

b) $P(Y < 2350) = P(Z < -2) = 1 - P(Z < 2) = 1 - 0'9772 = 0'0228$

c)

$$P(2500-a < Y < 2500+a) = 0'9 ; P(-a/75 < Z < a/75) = P(Z < a/75) - 1 + P(Z < a/75) = 0'9$$

$$\text{Entonces } 2 \cdot P(Z < a/75) = 1'9 \quad P(Z < a/75) = 0'95 \quad a/75 = 1,645 \quad a = 123,37$$

El intervalo pedido es $(2376,63, 2623,37)$

11.-El tiempo mínimo, en minutos, dedicado cada día a escuchar música por los estudiantes de secundaria de una cierta ciudad se supone que es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 15 minutos. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 estudiantes y se obtienen los siguientes tiempos:

91 68 39 82 55 70 72 62 54 67

- Determinar un intervalo de confianza al 90 % para el tiempo medio diario dedicado a escuchar música por un estudiante**
- calcular el tamaño muestral mínimo necesario para conseguir una estimación de la media del tiempo dedicado a escuchar música con un error menor que 5 minutos, con un nivel de confianza del 95%**

Solución: (58'2, 73'8), como mínimo 35

RESOLUCION:

a) X tiempo mínimo en minutos dedicado a escuchar música $N(\mu, 15)$

Con los diez datos que nos dan hallamos la media muestral, resultando 66 minutos.

El intervalo de confianza para la media con la desviación típica conocida es

$$\left(\bar{X}_n - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2}, \bar{X}_n + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2} \right). \text{ Conocemos } \bar{X}_n = 66 ; \sigma = 15; n = 10 \text{ y } 1-\alpha = 0,9 ;$$

Falta averiguar $z_{\alpha/2}$, que es tal que en la distribución $N(0,1)$ $P(Z < z_{\alpha/2}) = 1-\alpha/2$

En nuestro caso $\alpha = 0'1$; $\alpha/2 = 0'05$; $1-\alpha/2 = 0,95$. Por tanto hay que averiguar que valor de $z_{\alpha/2}$ es tal que $P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,95$, resultando que $z_{\alpha/2} = 1'645$.

El intervalo pedido es entonces

$$\left(66 - \frac{15}{\sqrt{10}} \cdot 1'645, 66 + \frac{15}{\sqrt{10}} \cdot 1'645 \right) = (58'2, 73'8)$$

b) El error máximo cometido al dar el intervalo de confianza es el valor del radio de

dicho intervalo, es decir $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2} < 5$

Falta averiguar $z_{\alpha/2}$, que es tal que en la distribución $N(0,1)$ $P(Z < z_{\alpha/2}) = 1-\alpha/2$

En nuestro caso, puesto que $1-\alpha = 0'95$, $\alpha = 0'05$; $\alpha/2 = 0'025$; $1-\alpha/2 = 0'975$. Por tanto hay que averiguar que valor de $z_{\alpha/2}$ es tal que $P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,975$, resultando que

$z_{\alpha/2} = 1'96$; de donde resulta que $\sqrt{n} > 15 \cdot 1'96 \cdot 0'2 = 5'88$, de donde $n = 34'57$. La solución es a partir de una muestra de 35.

12.-La puntuación media obtenida por una muestra aleatoria simple de 81 alumnos de secundaria en el examen de cierta asignatura ha sido 25 puntos. Suponiendo que la distribución de las puntuaciones de la población es normal con una desviación típica igual a 20'25 puntos, calcular el intervalo de confianza para la media de la población con un nivel de significación de 0'01.

Solución: (19'21, 30'79)

RESOLUCIÓN:

El intervalo de confianza para la media con la desviación típica conocida es

$\left(\bar{X}_n - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2}, \bar{X}_n + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2} \right)$. Conocemos $\bar{X}_n = 25$; $\sigma = 20'25$; $n = 81$ $\alpha = 0,01$;

Falta averiguar $z_{\alpha/2}$, que es tal que en la distribución $N(0,1)$ $P(Z < z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

En nuestro caso $\alpha = 0'01$; $\alpha/2 = 0'005$; $1 - \alpha/2 = 0,995$. Por tanto hay que averiguar que valor de $z_{\alpha/2}$ es tal que $P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,995$, resultando que $z_{\alpha/2} = 2'575$.

El intervalo pedido es entonces

$$\left(25 - \frac{20'25}{\sqrt{81}} \cdot 2'575, 25 + \frac{20'25}{\sqrt{81}} \cdot 2'575 \right) = (19'21, 30'79)$$

13.-Una compañía de autobuses sabe que el retraso en la llegada siguen una ley normal de media 5 minutos, y que el 68'26 % de los autobuses llega con un retraso comprendido entre los 2 y los 8 minutos. Hallar la desviación típica de la ley normal y la probabilidad de que un autobús se retrase más de 10 minutos.

Solución: $\sigma = 3$, $0'0485$

RESOLUCIÓN:

$$P(2 < X < 8) = 0'6826. \text{ Tipificando } P\left(\frac{2-5}{\sigma} < Z < \frac{8-5}{\sigma}\right) = 0'6826$$

$$P(-3/\sigma < Z < 3/\sigma) = 0'6826 \quad 2 \cdot P(Z < 3/\sigma) = 1'6826 \quad P(Z < 3/\sigma) = 0'8413$$

$$3/\sigma = 1, \quad \sigma = 3$$

$$P(X > 10) = P(Z > 5/3) = 1 - P(Z < 1'66) = 1 - 0'9515 = 0'0485$$

14.-La vida media de un determinado modelo de bombilla sigue una distribución normal con desviación típica igual a 60 días. Elegida una muestra y con un nivel de confianza del 98 % se obtiene (388,68; 407,32) como intervalo para la vida media. Calcular la media y el tamaño de la muestra elegida. Detallar los pasos realizados para obtener el resultado.

Solución: 398, $n = 225$

RESOLUCION:

X vida media de una bombilla $N(\mu, 60)$.

Nos piden n y sabemos $1 - \alpha = 0'98$

La media muestral es el centro del intervalo dado, es decir 398 (sumamos los extremos y los dividimos por 2)

$$\text{El radio del intervalo es } \frac{60}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2} = 9'32,$$

Falta averiguar $z_{\alpha/2}$, que es tal que en la distribución $N(0,1)$ $P(Z < z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

En nuestro caso $1 - \alpha = 0'98$; $\alpha = 0'02$; $\alpha/2 = 0'01$; $1 - \alpha/2 = 0,99$. Por tanto hay que averiguar que valor de $z_{\alpha/2}$ es tal que $P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,99$, resultando que $z_{\alpha/2} = 2'33$.

$$\text{Así pues } \frac{60}{\sqrt{n}} 2'33 = 9'32 \text{ de donde } n = 225$$